

## ABSTRAK

Ulfa Sitatur Rohmah. 2017. INTEGRAL  $M_\alpha$  –STIELTJES. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Sebelas Maret.

Berdasarkan pada integral McShane, akan didefinisikan integral  $M_\alpha$  –Stieltjes untuk fungsi bernilai real. Dalam tulisan ini, diperlukan konsep suatu fungsi monoton naik untuk mengembangkan definisi integral  $M_\alpha$  menjadi integral  $M_\alpha$  –Stieltjes. Tujuan dari penelitian ini adalah mendefinisikan integral  $M_\alpha$  –Stieltjes sebagai generalisasi dari integral  $M_\alpha$  dan menyelidiki beberapa sifat dasar integral seperti ketunggalan nilai integral, linearitas, dan lain-lain.

**Kata kunci:** integral McShane-Stieltjes, partisi  $M_\alpha$ , integral  $M_\alpha$ , dan fungsi monoton naik

## ABSTRACT

Ulfa Sitatur Rohmah. 2017. THE  $M_\alpha$  –STIELTJES INTEGRAL.  
Faculty of Mathematics and Natural Sciences. Sebelas Maret University.

Based on the McShane integral, we define the  $M_\alpha$  –Stieltjes integral for real-valued function. In this paper, we will need the definition of a monotonically increasing function to bring the definition of the  $M_\alpha$  integral into the  $M_\alpha$  –Stieltjes integral. The purpose of this paper is to define the  $M_\alpha$  –Stieltjes integral as a generalization of the  $M_\alpha$  integral and investigate some of its basic properties such as uniqueness of the integral value, linearity, etc.

**Keywords:** McShane-Stieltjes integral,  $M_\alpha$ -partition,  $M_\alpha$  integral, and monotonically increasing function

## MOTTO

*“Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan.  
Maka apabila engkau telah selesai (dari suatu urusan),  
tetaplah bekerja keras (untuk urusan yang lain).”*

(Q. S. Al Insyirah : 6-7)

## **PERSEMBAHAN**

Tulisan sederhana ini saya persembahkan untuk  
ibu, ayah, kakak, adik, dan teman-teman saya  
atas semangat, pengorbanan, dan doa yang diberikan.

## **KATA PENGANTAR**

Segala puji syukur hanya milik Allah Tuhan Yang Maha Esa yang selalu melimpahkan kasih sayang-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penulisan skripsi ini. Penulis menyadari akan kekurangan dan keterbatasan diri sehingga membutuhkan bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Atas bantuan dan dukungan dalam menyelesaikan skripsi ini, saya menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Muslich, M.Si. selaku Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan materi untuk penulisan skripsi dan motivasi,
2. Bapak Drs. Siswanto, M.Si. selaku Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dalam penulisan skripsi, saran, dan motivasi,
3. dan semua pihak yang telah membantu dan memberikan dukungan kepada penulis.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Surakarta, Juli 2017

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
PENGESAHAN .....	ii
ABSTRAK .....	iii
ABSTRACT .....	iv
MOTTO .....	v
PERSEMBAHAN .....	vi
KATA PENGANTAR .....	vii
DAFTAR ISI .....	viii
DAFTAR NOTASI .....	ix
<b>I. PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah .....	1
1.2 Perumusan Masalah .....	2
1.3 Tujuan Penelitian .....	2
1.4 Manfaat Penelitian .....	2
<b>II. LANDASAN TEORI</b>	<b>3</b>
2.1 Tinjauan Pustaka .....	3
2.1.1 Integral Deskriptif dan Konstruktif .....	4
2.1.2 Fungsi Bervariasi Terbatas .....	12
2.2 Kerangka Pemikiran .....	12
<b>III. METODE PENELITIAN</b>	<b>14</b>
<b>IV. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN</b>	<b>15</b>
<b>V. PENUTUP</b>	<b>28</b>
5.1 Kesimpulan .....	28
5.2 Saran .....	28
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	<b>29</b>

## DAFTAR NOTASI

$\ P\ $	: norma dari partisi $P$
$f^+$	: $f^+(x) = \max \{f(x), 0\}, x \in [a, b]$
$f^-$	: $f^-(x) = \max \{-f(x), 0\}, x \in [a, b]$
$\Delta\varphi(x_i)$	: $\varphi(x_i) - \varphi(x_{i-1}), x \in [a, b]$ dan $i = 1, 2, \dots, n$
$C^1[a, b]$	: himpunan fungsi $f$ pada $[a, b]$ dengan $f'$ fungsi kontinu pada $[a, b]$
$R^+$	: himpunan bilangan real yang bernilai positif
$\inf$	: infimum, batas bawah terbesar suatu himpunan tak kosong
$\sup$	: supremum, batas atas terkecil suatu himpunan tak kosong
$\mathbb{N}$	: himpunan bilangan alam $\{1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{Q}$	: himpunan bilangan rasional yaitu bilangan yang dapat dinyatakan sebagai $\frac{p}{q}$ dengan $p, q \in \mathbb{Z}$ dan $q \neq 0$
$\mathbb{Z}$	: himpunan bilangan bulat $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
$W^c$	: komplemen dari himpunan $W$